

Programma del corso “Meccanica Statistica” anno 2013/2014.

Docenti: Prof. Federico Ricci-Tersenghi, Dott. Adriano Barra

Dipartimento di Fisica, Sapienza Università di Roma

Email: Federico.Ricci@Roma1.infn.it

Email: Adriano.Barra@Roma1.infn.it

Il fondatore della termodinamica statistica, Ludwig Boltzmann, si uccise nel 1906.

Il suo lavoro fu sviluppato da Paul Ehrenfest, che a sua volta si suicidò nel 1933.

Questi eventi drammatici si suggeriscono di affrontare lo studio di questo argomento con una certa cautela.

E. Mach

1. Richiami di Meccanica e Probabilità

[testi consigliati: Goldstein, Marinari]

- Rilassamenti e convergenze di ODE di interesse in fisica.
- Criteri di Liapounov per i loro linearizzati: Catalogazione degli attrattori per i sistemi dissipativi.
- Problema del Time-Reversal con esempi di PDE di interesse in fisica (D'Alambert & Fourier).
- Sintesi della formulazione Lagrangiana ed Hamiltoniana della meccanica classica.
- Legge dei grandi numeri e Teoremi del limite centrale (classico e generalizzato).
- Convergenza a distribuzioni stabili (Distribuzione di Gauss e Distribuzione di Levy).

2. Elementi di Teoria del Caos

[testi consigliati: Vulpiani]

- Il problema dei “piccoli denominatori” di Poincarè.
- La mappa di Ulam: Perdita intrinseca del determinismo.
- Entropia di Shannon (e cenni all'entropia di Kolmogorov-Sinai).
- Calcolo e significato degli esponenti di Liapounov e cenni alla relazione di Pesin.

3. Il Problema Ergodico

[testi consigliati: Kittel, Vulpiani]

- La genesi del problema: Motivazioni pratiche e concettuali nelle varie scuole.
- Le misure invarianti (la misura di Lebesgue nel microcanonico e di Gauss nel canonico).
- Teoremi di Birkoff ed estensione di Khintchin per le “funzioni somma”.
- Il Teorema di Shannon-McMillan e l'entropia come misura di informazione.
- Il modello di Ehrenfest: analisi sia della statica che della dinamica, studio dell'entropia.

4. La Teoria Cinetica

[testi consigliati: Kittel, Thompson]

- I due teoremi di Liouville e l'approccio di Maxwell ad una descrizione statistica dei gas ideali.
- L'approccio di Boltzmann e l'importanza del caos molecolare (con cenno alla “gerarchia BYYM”).
- L'approccio di Gibbs ed il metodo della “distribuzione piu' probabile”: Una prospettiva diversa.
- Il Teorema H: formulazione, dimostrazione, critiche e controcritiche.
- Equivalenza (e non) tra le entropie di Boltzmann, Gibbs e Shannon.
- Rilassamenti all'equilibrio mediante ODE e crescita dell'entropia.

5. Elementi di Termodinamica

[testi consigliati: Fermi, Thompson]

- I Principi della termodinamica e la temperatura come osservabile di equilibrio.
- Potenziali termodinamici e relazioni di Maxwell.
- Calori specifici, compressibilità isoterma ed isentropica e stabilità termodinamica.
- Teoria delle fluttuazioni termodinamiche (con enfasi sulle osservabili di Khintchin).

6. Gli Ensembles statistici di base

[testi consigliati: Guerra, Kittel, Thompson]

- Ensemble microcanonico ed il gas perfetto di molecole.
- Ensemble canonico, il gas perfetto di molecole e quello di spin.
- Il ruolo dei parametri d'ordine e di controllo nel coarse graining dello spazio delle fasi.
- La temperatura come rumore veloce: Dal random walk all'equazione del calore.
- Transizioni di fase sui reali: Il gas di Tonk & Takamasci e la teoria di Van der Waals.
- Lanci di Bernouilli e catene di Markov ergodiche.

7. I fenomeni critici: Le transizioni di fase “paramagnete/ferromagnete”

[testi consigliati: Guerra, Thompson]

- Modello di Ising: Approssimazione di campo medio e transizioni di fase di seconda specie.
- Teoria di Curie-Weiss: Scaling, comportamento critico e rottura spontanea di simmetria.
- Proprietà degli stati puri: Fattorizzazioni delle funzioni di correlazione e clustering.
- Metodo del “punto di sella”, equazioni Dobrushin-Ruelle-Lanford e disuguaglianze convesse.
- Metodo del campo di cavità, tecnica di Hamilton-Jacobi ed analisi di Fourier.
- Analogie formali tra comportamento critico in meccanica statistica e solitoni in fluidodinamica.
- Il bilancio dettagliato: il terzo principio della dinamica (ed il teorema spettrale).
- L'inverse problem nel caso piu' semplice (un sola specie di Curie-Weiss & via log-likelihood).
- Il modello di Mattis, trasformazioni di gauge locali e storage di un bit di informazione.

8. Teoria dei Vetri di Spin

[testi consigliati: Guerra, Parisi]

- Introduzione ai sistemi complessi: Misure quenched ed annealed. Overlap e repliche.
- Ageing, rottura della time translational invariance e fenomenologia dei trap models.
- Spettro di una catena di Markov semplice e frustrata: Rilassamento dei modi normali.
- Il modello di Sherrington-Kirkpatrick: Analisi con “replica trick”, Soluzione RS e crisi entropica.
- Analisi mediante tecnica Hamilton-Jacobi e rottura del self-averaging. Implicazioni concettuali.
- Analisi mediante “replica trick”: Approssimazione 1RSB e cenni alla teoria di Parisi.
- Comportamento critico e fluttuazioni dei parametri d'ordine nei vetri di spin.
- Teorema di Fluttuazione-Dissipazione, sua violazione e genesi delle temperature effettive (cenni).
- Broken replica symmetry bounds e la tecnica dell'adiabaticità parziale: La prospettiva di Guerra.
- Il limite termodinamico: La super-additività dell'energia libera di Guerra-Toninelli.

9. Elementi di Intelligenza Artificiale

[testi consigliati: Amit, Coolen, Guerra]

- La “cable theory” di Hodking-Huxley ed il neurone “integrate & fire” di Stein.
- La memoria associativa e le reti neurali: La proposta di Hebb.
- Retrieval: Il modello di Hopfield a basso carico con il metodo della log-constrained entropy.
- Retrieval: Il modello di Hopfield ad alto carico con il replica trick.
- Teoria di Amit-Gutfreund-Sompolinsky: Storia e prospettive.
- Learning: Il Perceptrone di Rosenblatt (cenni).
- Learning: Il riflesso condizionato di Pavlov à la Guerra.

LEZIONI MONOTEMATICHE PER PROIETTARE I CONTENUTI DEL CORSO IN UN CONTESTO DI RICERCA ATTUALE

10. Lezione 1: Elementi di Cibernetica Biologica

- Concentrazioni come parametri d'ordine: Il ponte di Thompson con la meccanica statistica.
- Reazioni chimiche di Micaelis-Menten, Hill ed Adair.
- Cooperatività ed anticooperatività enzimatiche: Modelli ferro ed antiferromagnetici à la Monod.
- L'amplificatore operazionale ed il flip-flop biologico: Cenni di biocibernetica.

11. Lezione 2: Elementi di Immunologia Teorica

- I linfociti B,T,H. La teoria della selezione clonale di Burnet e della rete idiotipica di Jerne.
- Discriminazione self-nonself ed anergia dei linfociti B self-diretti.
- Equivalenza tra la teoria di Varela ed il "two-signal model" di Goodnow.
- Reti linfocitarie per il calcolo parallelo molecolare estensivo.

Libri di testo consigliati

[Amit] D.J. Amit, Modeling Brain Functions, Cambridge Press.

[Coolen] A.C.C. Coolen, R. Kuhn, P. Sollich, Theory of Neural Information Processing Systems, Oxford Press.

[Fermi] E. Fermi, Thermodynamics, Dover Press.

[Goldstein] H. Goldstein, Meccanica Classica, Zanichelli (qualunque equivalente va bene...).

[Guerra] F. Guerra, Meccanica statistica. Lezioni per l'Istituto Nazionale d'Alta Matematica.

[Kittel] C. Kittel, Elementary Statistical Physics, Dover Press.

[Marinari] E. Marinari, G. Parisi, Trattatello di Probabilità, Dispense del Dipartimento di Fisica di Sapienza.

[Parisi] M. Mezard, G. Parisi, M. Virasoro, Spin Glass Theory & Beyond, World Scientific.

[Thompson] C.J. Thompson, Mathematical Statistical Mechanics, Mc Millan Company.

[Vulpiani] P. Castiglione, M. Falcioni, A. Lesne, A. Vulpiani, Chaos and coarse graining in statistical mechanics, Cambridge University Press.